

## Experimentelle Untersuchungen an einem Wasserstoff-Lichtbogen im achsenparallelen Magnetfeld.

### II. Feldstärke und Geschwindigkeitsmessungen mit Potentialsonden

C. MAHN, H. RINGLER und G. ZANKL

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München

(Z. Naturforsch. **23 a**, 874—880 [1968]; eingegangen am 29. Februar 1968)

The axial and radial components of the electric field in a hydrogen arc with superimposed axial magnetic field have been measured with potential probes.

The axial field was found to be only 3.1 V/cm, whereas in the radial direction fields up to 400 V/cm indicate a rotation of the arc. Radial fields are caused by  $v \times B$  e. m. forces due to this rotation.

The probe measurements indicate velocities of the order of  $10^6$  cm/sec which are confirmed by Doppler shift measurements. A simple model is considered in which Lorentz forces cause a rotation of the arc; calculations are in agreement with the measurements.

Axial velocities ( $2 \cdot 10^4$  cm/sec) have also been determined, by measuring the velocity of a perturbation due to the probe. This perturbation travels downstream in the arc and is observed as a small drop in the arc voltage passing the anode region.

### 1. Einleitung

In früheren Arbeiten<sup>1,2</sup> wurde über einen Wasserstofflichtbogen mit überlagertem axialem Magnetfeld und die Messung des Temperatur-, Dichte- und Druckprofils berichtet. In Abb. 1 der vorangehenden Arbeit<sup>2</sup> ist die experimentelle Anordnung skizziert. Der Bogen wurde in einem Vakuumkessel bei Drücken um 8 Torr betrieben (Druck im Bogen  $\sim 80$  Torr), die Bogenstromstärke betrug etwa 1900 A, die magnetische Induktion 10 kG. Bei einer Bogenlänge von etwa 20 cm war dazu eine Brennspannung von 200 V erforderlich.

Um eine Energiebilanz des Bogens aufzustellen, ist vor allem die Kenntnis der elektrischen Säulenfeldstärke notwendig. Das Produkt aus Bogenstrom und Säulenfeldstärke ergibt direkt die dem Bogen pro cm Säulenlänge zugeführte elektrische Leistung. Für das Verstehen der Dynamik des Bogens muß das Geschwindigkeitsfeld bekannt sein. Für den hier vorliegenden Bogen können diese Größen, Feldstärke und Geschwindigkeit, aus Potentialsondenmessungen abgeleitet werden.

### 2. Potentialsondenmessungen

Zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke fand ein Verfahren Anwendung, welches von FINKELNBURG und MÜLLER<sup>3</sup> ausführlich diskutiert wurde. Es wer-

den dabei Wolframdrähte auf Ebenen senkrecht zur Achse des Lichtbogens durch das Plasma geschlagen und das Potential hochohmig (einige 100 k $\Omega$ ) gegen eine der Elektroden gemessen. Insbesondere konnten FINKELNBURG und MÜLLER zeigen, daß eine nicht-isolierte Sonde, die ein Plasma durchsetzt, stets das Potential der Stelle mit der besten Leitfähigkeit annimmt. Man kann mit solchen Messungen also auch radiale Potentialverteilungen erhalten. Eine Schwierigkeit stellt noch das sogen. Kontaktpotential dar, um das sich die Sonde negativ gegen ihre Umgebung auflädt. Aber dieses Kontaktpotential spielt bei Relativmessungen eine untergeordnete Rolle und außerdem wurde gezeigt<sup>3</sup>, daß es bei stromstarken Entladungen in der Größenordnung von 1–2 V liegt und in erster Näherung von der Temperatur unabhängig ist.

### 3. Bestimmung der axialen und radialen Feldstärke

#### 3.1. Axiale Feldstärke

Die axiale Feldstärke (Säulenfeldstärke) erhält man aus der Messung des Potentials gegen eine der Elektroden, indem man den Abstand der Sonde von den Elektroden variiert. Um die Energiebilanz integral zu prüfen, genügt es, das Produkt aus der so bestimmten elektrischen Feldstärke und dem gemes-

<sup>1</sup> C. MAHN, H. RINGLER, R. WIENECKE, S. WITKOWSKI u. G. ZANKL, Z. Naturforsch. **19 a**, 1202 [1964].

<sup>2</sup> C. MAHN, H. RINGLER u. G. ZANKL, vorangegangene Veröffentlichung, Z. Naturforsch. **23 a**, 867 [1968].

<sup>3</sup> W. FINKELNBURG u. G. MÜLLER, Z. ang. Physik **8**, 282 [1956].



senen Bogenstrom zu bilden. Bei der Aufstellung der differentiellen Energiebilanz (wie es z. B. bei den Bestimmungen der Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  in <sup>2</sup> geschieht) ist jedoch die Kenntnis der lokalen elektrischen Stromdichte erforderlich. Dabei muß berücksichtigt werden, daß auch eingepreßte elektromot. Kräfte, z. B. ein Temperaturgradient, zum Stromtransport beitragen können. Wie groß der Einfluß dieser elektromot. Kräfte ist, muß man einer Diskussion des Ohmschen Gesetzes entnehmen<sup>4</sup>.

Dazu soll im folgenden Zylindersymmetrie für die Bogensäule angenommen werden ( $z$ -Achse = Bogenachse = Symmetrieachse). Diese Annahme wird einmal dadurch nahegelegt, daß die Bogensäule eine zylindrische Form aufweist und zum anderen zeigen temperaturempfindliche Spektrallinien im Beobachtungsgebiet keine  $z$ -Abhängigkeit. Außerdem sollen sich alle Größen zeitlich nicht ändern. Um zu einem Ausdruck für die elektrische Stromdichte zu kommen, geht man von den von SCHLÜTER<sup>5</sup> angegebenen Impulserhaltungsgleichungen für die 3 Komponenten des Plasmas (Ionen, Elektronen und Neutralteilchen) aus. Man erhält dann für

Ionen:

$$\varrho_i \frac{d_i v_i}{dt} + n_i n_e \varepsilon_{ie} (v_i - v_e) + n_i n_0 \varepsilon_{i0} (v_i - v_0) \quad (3.1)$$

$$= -\text{grad } p_i + n_i e \mathfrak{E} + n_i e [v_i, \mathfrak{B}]$$

Elektronen:

$$\varrho_e \frac{d_e v_e}{dt} + n_e n_i \varepsilon_{ei} (v_e - v_i) + n_e n_0 \varepsilon_{e0} (v_e - v_0) \quad (3.2)$$

$$= -\text{grad } p_e - n_e e \mathfrak{E} - n_e e [v_e, \mathfrak{B}]$$

Neutralteilchen:

$$\varrho_0 \frac{d_0 v_0}{dt} + n_0 n_e \varepsilon_{0e} (v_0 - v_e) + n_0 n_i \varepsilon_{0i} (v_0 - v_i) \quad (3.3)$$

$$= -\text{grad } p_0$$

Dabei bedeutet

$$\frac{d_a}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (v_a \text{ grad}) \dots$$

Auf der linken Seite stehen die Beschleunigungsglieder und Reibungskräfte, rechts die antreibenden Kräfte und der Druckgradient der betreffenden Komponente.

Die von MAECKER und PETERS<sup>6</sup> eingeführten Thermokräfte sollen hier unberücksichtigt bleiben, die Begründung dafür wird später gegeben. Subtraktion von (3.1) und (3.2) ergibt das Ohmsche Gesetz. Dazu muß (3.1) mit  $\varepsilon_{e0}$  und (3.2) mit  $\varepsilon_{i0}$  multipliziert werden, dann fallen die Glieder mit  $v_0$  heraus.

Das Ohmsche Gesetz lautet dann:

$$n_L (\varepsilon_{e0} m_i - \varepsilon_{i0} m_e) \frac{d_L v_L}{dt} + \frac{m_i m_e}{e(m_i + m_e)} \left\{ (\varepsilon_{e0} + \varepsilon_{i0}) \left[ \frac{d_L j}{dt} - \frac{j}{\varrho_L} \frac{d_L \varrho_L}{dt} + (j, \text{grad}) v_L \right] \right.$$

$$+ \frac{(\varepsilon_{e0} m_e - \varepsilon_{i0} m_i)}{e \varrho_L} \left[ (j, \text{grad}) j - \frac{j}{\varrho_L} (j, \text{grad } \varrho_L) \right] \left. \right\} = (\varepsilon_{i0} - \varepsilon_{e0}) \text{grad } p_L \quad (3.4)$$

$$+ n_L e (\varepsilon_{e0} + \varepsilon_{i0}) \left\{ \mathfrak{E} + [v_L, \mathfrak{B}] - \frac{\varepsilon_{ie}}{e^2} j \right\} - n_0 \frac{\varepsilon_{i0} \varepsilon_{e0}}{e} j + \frac{\varepsilon_{e0} m_e - \varepsilon_{i0} m_i}{m_i + m_e} [j, \mathfrak{B}].$$

Dabei sind folgende Definitionen verwandt worden:

$$j = e n_L (v_i - v_e), \quad \varrho_L v_L = \varrho_i v_i + \varrho_e v_e, \quad (3.5)$$

$$\varrho_L = \varrho_e + \varrho_i, \quad p_L = p_e + p_i, \quad n_L = n_e = n_i.$$

Es ist dann

$$v_i = v_L + \frac{m_e}{e} \frac{j}{\varrho_L}, \quad (3.5a)$$

$$v_e = v_L - \frac{m_i}{e} \frac{j}{\varrho_L}.$$

Für die Reibungskoeffizienten  $\varepsilon_{lk}$  ergibt sich nach MAECKER<sup>6</sup>

$$\varepsilon_{lk} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k T \frac{m_e m_k}{m_e + m_k} Q_{lk}, \quad (3.6)$$

$Q_{lk}$  Wirkungsquerschnitt für Stoß  $l \rightarrow k$ .

Für den vorliegenden Fall wird

$$Q_{i0} = 70 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$$

und

$$Q_{e0} = 120 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$$

angenommen<sup>6</sup>.

Damit wird  $\varepsilon_{i0} > \varepsilon_{e0}$  und mit  $m_e/m_i \ll 1$  nimmt das Ohmsche Gesetz schließlich folgende Form an:

<sup>4</sup> H. RINGLER, Z. Phys. **169**, 273 [1963].

<sup>5</sup> A. SCHLÜTER, Z. Naturforsch. **5a**, 72 [1950].

<sup>6</sup> H. MAECKER u. TH. PETERS, Z. Phys. **144**, 586 [1956].

$$\frac{\varepsilon_{e0}}{\varepsilon_{i0}} n_L m_i \frac{d_L v_L}{dt} + \frac{m_e}{e} \left\{ \frac{d_L j}{dt} - j \frac{1}{n_L} \frac{d_L n_L}{dt} + (j, \text{grad}) v_L - \frac{1}{e n_L} \left[ (j, \text{grad}) j - j \left( j, \frac{1}{n_L} \text{grad } n_L \right) \right] \right\} \quad (3.7)$$

$$= n_L e \{ \mathfrak{E} + [v_L, \mathfrak{B}] \} - j \frac{1}{e} (n_L \varepsilon_{ei} + n_0 \varepsilon_{e0}) + \text{grad } p_L - [j, \mathfrak{B}] .$$

Mit Hilfe dieses Ausdrucks kann nun abgeschätzt werden, ob der Strom in  $z$ -Richtung allein von dem von außen angelegten elektrischen Feld angetrieben wird, oder ob auch eingeprägte Kräfte zu berücksichtigen sind.

Unter der Annahme von Zylindersymmetrie ( $\partial/\partial\varphi = \partial/\partial z = 0$ ) und Stationarität ( $\partial/\partial t = 0$ ) schreibt sich die  $z$ -Komponente von Gl. (3.7)

$$j_z = \sigma \left\{ E_z - \frac{m_i}{e} \frac{\varepsilon_{e0}}{\varepsilon_{i0}} v_r^L \frac{\partial v_z^L}{\partial r} - \frac{m_e}{e^2 n_L} \left( v_r^L \frac{\partial j_z}{\partial r} - j_z v_r^L \frac{1}{n_L} \frac{\partial n_L}{\partial r} \right) + v_r^L B_\varphi \right\}, \quad (3.8)$$

wobei  $\sigma = \frac{e^2 n_L}{n_L \varepsilon_{ei} + n_0 \varepsilon_{e0}}$  (siehe <sup>6</sup>).

Die Sondenmessungen ergaben (siehe Abschnitt 3.3) für  $E_z$  einen Wert von einigen V/cm, so daß man in (3.8) die übrigen Glieder gegen diese Größe abschätzen muß.

Die zur Berechnung der einzelnen Terme erforderlichen Größen sollen, soweit sie nicht durch Messungen bekannt sind, nach oben hin abgeschätzt werden. Im einzelnen werden folgende Werte angenommen:

$$\begin{aligned} n_L &= 8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}, & v_z^L &= 3 \cdot 10^4 \text{ cm sec}^{-1}, \\ \frac{\partial n_L}{\partial r} &= 8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-4}, & \frac{\partial v_z^L}{\partial r} &\approx 3 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1}, \\ j_z &= 6 \cdot 10^2 \text{ A/cm}^2, & B_\varphi &= 300 \text{ G}, \\ \frac{\partial j_z}{\partial r} &= 6 \cdot 10^2 \text{ A/cm}^3, & & \text{aus Messungen} \end{aligned}$$

und

$$v_r^L = 10^4 \text{ cm sec}^{-1},$$

$$\frac{\partial v_r^L}{\partial r} = 10^4 \text{ sec}^{-1} \quad (\text{geschätzte Werte}).$$

Der zweite und dritte Term auf der rechten Seite von Gl. (3.8) ergeben die Größenordnung  $10^{-5}$  V/cm, der Term  $v_r^L B_\varphi$   $3 \cdot 10^{-2}$  V/cm. Damit ist gezeigt, daß für den Strom in  $z$ -Richtung nur die Feldstärke  $E_z$  maßgebend ist.

$$j_z = \sigma E_z. \quad (3.9)$$

Bei der Bildung der differentiellen Energiebilanz kann man für die Bestimmung der lokalen elektrischen Stromdichte  $j_z$  demnach hier direkt den aus Sondenmessungen folgenden Wert für  $E_z$  verwenden.

### 3.2. Radiale Feldstärke

Bildet man die  $r$ -Komponente von Gl. (3.7) unter denselben Voraussetzungen wie die  $z$ -Komponente in Abschnitt 3.1, so erhält man einen Ausdruck für die radiale Feldstärke\*.

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{m_i}{e} \frac{\varepsilon_{e0}}{\varepsilon_{i0}} \left( v_r^L \frac{\partial v_r^L}{\partial r} - \frac{v_\varphi^{L2}}{r} \right) - \frac{m_e}{e^2 n_L} \left( \frac{1}{e n_L} \frac{j_\varphi^2}{r} - 2 \frac{j_\varphi v_\varphi}{r} \right) \\ &\quad - \frac{1}{e n_L} \left( \frac{\partial p_L}{\partial r} - j_\varphi B_z + j_z B_\varphi \right) - v_\varphi^L B_z + v_z^L B_\varphi. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Aus Sondenmessungen (Abschnitt 3.3) ergaben sich radiale Feldstärken von einigen 100 V/cm, außerdem deuten Wellenlängenverschiebungen an Spektrallinien durch Doppler-Effekt auf eine starke Rotation des Bogens hin (Rotationsgeschwindigkeiten um  $10^6$  cm sec<sup>-1</sup>), so daß die einzelnen Terme in Gl. (3.10) größenordnungsmäßig abgeschätzt werden können.

Im ersten Term von Gl. (3.10) auf der rechten Seite ist stets  $v_r^L$  gegen  $v_\varphi^L$  zu vernachlässigen und für  $v_\varphi^L \approx 10^6$  cm sec<sup>-1</sup> und  $r = 0,5$  cm erhält man für diesen Term  $6 \cdot 10^{-2}$  V/cm. Bei der Abschätzung des zweiten Terms soll für  $n_L = 10^{15}$  cm<sup>-3</sup>

$$j_\varphi = 6 \cdot 10^2 \text{ A/cm}^2 \quad \text{und} \quad r = 0,5 \text{ cm}$$

\* Alle Gleichungen gelten im MKSA-System.

angenommen werden, so ergibt sich  $7,5 \cdot 10^{-3} \text{ V/cm}$ . Der letzte Term  $v_z^L B_\varphi$  ist mit  $0,3 \text{ V/cm}$  ebenfalls zu vernachlässigen. Es bleibt für die Berechnung von  $E_r$  noch folgender Ausdruck:

$$E_r = -v_\varphi^L B_z - \frac{1}{e n_L} \left( \frac{\partial p_L}{\partial r} - j_\varphi B_z + j_z B_\varphi \right). \quad (3.11)$$

Für den radialen Druckverlauf liegen für  $r > 0,5 \text{ cm}$  Messungen vor<sup>2</sup>, und zwar steigt der Druck zur Achse des Bogens hin an. Diesem Druckanstieg kann nur durch einen entsprechenden  $j_\varphi$ -Strom über  $[j, \mathcal{B}]$  das Gleichgewicht gehalten werden. Man kann deswegen mit Hilfe der Schwerpunksgleichung ( $j_\varphi B_z - j_z B_\varphi$ ) in Gl. (3.11) durch den Druckgradienten ausdrücken.

Unter Vernachlässigung des Trägheitsterms lautet die  $r$ -Komponente der Schwerpunksgleichung [Summe der Gln. (3.1) bis (3.3)]:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 2 \frac{\partial p_L}{\partial r} + \frac{\partial p_0}{\partial r} = j_\varphi B_z - j_z B_\varphi. \quad (3.12)$$

Dann wird (3.11) zu

$$E_r = -v_\varphi^L B_z + \frac{1}{e n_L} \left( \frac{\partial p_L}{\partial r} + \frac{\partial p_0}{\partial r} \right). \quad (3.13)$$

Aus dieser Gleichung für  $E_r$  folgt, daß bei Kenntnis von  $\partial p_L / \partial r$  und  $\partial p_0 / \partial r$  aus der mit Hilfe von Sondenmessungen bestimmten radialen Feldstärke die Rotationsgeschwindigkeit  $v_\varphi^L$  erhalten wird.

### 3.3. Messungen

Bei den Sondenmessungen wurden Wolframdrähte (Durchmesser 1–2 mm) mit einer Geschwindigkeit von etwa  $5 \text{ m sec}^{-1}$  durch den Bogen geschossen. Der jeweilige Ort der Sonde wurde photoelektrisch

bestimmt und gleichzeitig mit dem Sonden-signal registriert. Damit erhält man eine Ortszuordnung der einzelnen Potentialwerte. Abb. 1 zeigt zwei auf diese Weise erhaltene Potentialverteilungen bei Polung der Sonde gegen Kathode bzw. Anode (Abstand von der Kathode etwa 4 cm). Die Messungen bei verschiedenen Abständen von der Kathode zeigen kleine axiale Potentialdifferenzen. In radialer Richtung erkennt man einen sehr starken Potentialanstieg, der auf große radiale Feldstärken hindeutet.

Für die  $z$ -Feldstärke erhält man aus Messungen der radialen Potentialverteilung bei verschiedenen Abständen von der Kathode einen vom Radius unabhängigen Wert von

$$E_z = 3,1 \text{ V/cm} \pm 20\%.$$

Für die radiale Feldstärke ergeben sich Werte bis zu  $400 \text{ V/cm}$  (Abb. 2) mit einem Maximum bei etwa 5–6 mm Abstand von der Bogenachse. Entsprechend Gl. (3.13) wurden auch die Druckgradienten berechnet und eingetragen, es ergibt sich dadurch nur eine kleine Korrektur.

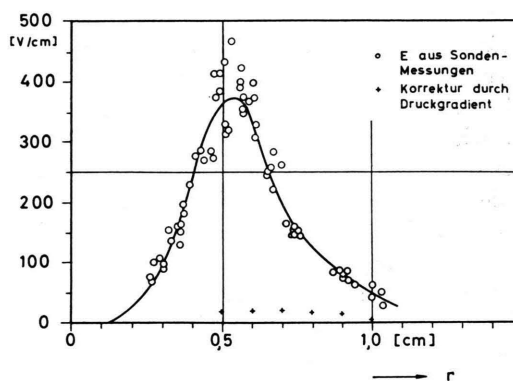
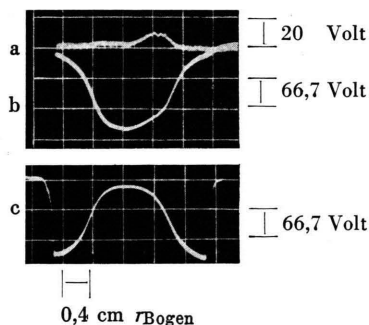


Abb. 2. Radiale Feldstärkeverteilung.



Brennspannung und radiale Potentialverteilung

- a) Brennspannung
- b) Polung gegen Anode
- c) Polung gegen Achse

Abb. 1. Radiale Potentialverteilung und Brennspannungsstörung.

## 4. Geschwindigkeitsmessung und Dynamik des Bogens

### 4.1. Axiale Strömungsgeschwindigkeit

Wenn man gleichzeitig mit der Sonden-spannung auch die Bogenspannung registriert, stellt man fest, daß in der Bogenbrennspannung eine kleine Störung auftritt. Diese Störung ist zeitlich gegen das Sonden-signal verschoben, siehe Abb. 1. Wir haben daher angenommen, daß durch die Sonde eine Störung im Bogen verursacht wird, die mit dem strömenden Plasma in Richtung Anode wandert und beim Passieren der Anode die Brennspannung verändert. (Wie diese Störung zustande kommt und warum sie

erst im Anodengebiet festzustellen ist, soll später diskutiert werden.) Wenn diese Vorstellung zutrifft, dann sollte das Störsignal früher erscheinen, wenn man die Sonde näher an der Anode durch den Bogen schlägt. Diese Annahme hat sich bestätigt und man kann daraus die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sich diese Störzone fortbewegt. Sie beträgt  $v_z = 2,1 \cdot 10^4 \text{ cm sec}^{-1}$ , ist von der Kathode zur Anode gerichtet und wir ordnen sie dem strömenden Plasma zu. Es kann sich naturgemäß nur um eine mittlere Geschwindigkeit handeln, die wahrscheinlich für das Gebiet größter Rotationsgeschwindigkeit charakteristisch ist.

Mit dieser so bestimmten Geschwindigkeit und der Zeitdifferenz zwischen Sondersignal und dem Erscheinen der Störung in der Brennschmelze kann man ausrechnen, wie weit die Störung gelaufen sein muß, bis sie sich in der Brennschmelze bemerkbar macht. Man findet, daß die Störung gerade bis zur Anode gelaufen ist. Dieses Ergebnis wird gestützt durch die Tatsache, daß sich die Störung im Sondersignal selbst nur bei Polung gegen die Anode bemerkbar macht, und zwar auch zeitverschoben (Abb. 1). Es bleibt nun noch zu klären, wie diese Störzone zustande kommt und warum sie sich erst im Anodengebiet bemerkbar macht.

Durch die Geometrie der Ringanode (Abb. 1 der vorangehenden Arbeit<sup>2</sup>) bedingt, gibt es an der Anode  $r$ -Komponenten des Stroms, die zusammen mit dem  $B_z$ -Feld eine Kraft auf das Plasma in azimuthaler Richtung ausüben. Als Folge davon beginnt der ganze Bogen zu rotieren. Dadurch entsteht in radialer Richtung eine  $[v, B]$ -EMK, die in der freien Bogensäule durch Raumladungen kompensiert wird. Innerhalb der Anode würde sie eine Abnahme des Bogenstroms bewirken; weil dieser aber durch den äußeren Kreis konstant gehalten wird, steigt als Folge davon die Brennschmelze an. Wird nun z. B. durch die Sonde diese Rotation des Bogens herabgesetzt, so kann diese Zone kleinerer Rotation beim Passieren der Anode zu einer Brennschmelzeniedrigung Anlaß geben. (Man mißt tatsächlich eine Brennschmelzeniedrigung, die zunächst nicht zu verstehen war, weil bei allen bisher bekannten Potentialsondenmessungen an Lichtbögen Brennschmelzerhöhungen festgestellt wurden<sup>3, 4</sup>.)

Das Zustandekommen der Störzone hat elektrische Ursachen und erfolgt vermutlich über das Kurzschließen der  $[v, B]$ -EMK durch den Sondendraht.

<sup>2</sup> H. W. DRAWIN, Z. Phys. 174, 489 [1963].

(Dadurch entstehen radiale Stromkomponenten, die zusammen mit dem  $B_z$ -Feld eine bremsende Kraft auf das Plasma ausüben.) Verwendet man nämlich an Stelle des Sondendrahtes eine Keramik, so bekommt man keine Brennschmelzeniedrigung, sondern eine Brennschmelzerhöhung, die gleichzeitig mit dem Sondersignal auftritt, verursacht durch eine teilweise Abdeckung des Entladungskanals.

#### 4.2. Rotation des Bogens

Bei spektroskopischen „side-on“-Aufnahmen des Bogens zeigen gewisse Spektrallinien eine vom Radius abhängige Wellenlängenverschiebung, die in der Mitte des Bogens ihr Vorzeichen ändert. Bei Umpolung des Magnetfeldes kehrt sich auch die Verschiebung um. Wir haben daraus geschlossen, daß der Bogen rotiert und die beobachtete Verschiebung der Spektrallinien einer Doppler-Verschiebung entspricht. Aus der mittleren Linienverschiebung  $\Delta\lambda$  ergibt sich dann eine mittlere Rotationsgeschwindigkeit  $\overline{v_\varphi}$  des Plasmas nach der Beziehung

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\overline{v_\varphi}}{c} \quad (4.1)$$

( $\lambda_0$  = Wellenlänge der unverschobenen Linie).

Man erhält nur eine mittlere Rotationsgeschwindigkeit, weil bei der „side-on“-Beobachtung Beiträge aus Schichten mit unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten zusammenwirken. (DRAWIN<sup>7</sup> hat angegeben, wie man diesen Einfluß berücksichtigen kann.) Die Mittelung geschieht aber hier nicht über den ganzen Bogenquerschnitt, weil die Ionenlinien verschiedener Ionisierungsstufen (z. B. N II und N III) jeweils nur aus einer dünnen Schicht emittiert werden, so daß dieses Vorgehen berechtigt erscheint.

Folgende Linien wurden ausgewertet: N II 4550, N III 4103/4097, Ar II 4183 (Abb. 3).

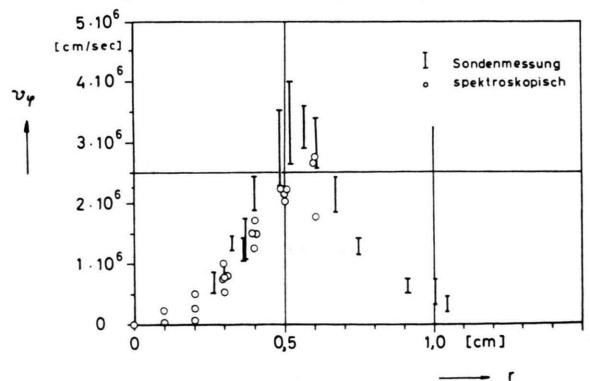


Abb. 3. Radiale Verteilung der Rotationsgeschwindigkeit.



Es treten Rotationsgeschwindigkeiten bis zu einigen  $10^6 \text{ cm sec}^{-1}$  (etwa Schallgeschwindigkeit) auf, mit einem Maximum bei etwa 5–6 mm Abstand von der Bogenachse.

In Abschnitt 3.2. wurde nachgewiesen, daß die mit Hilfe von Potentialsonden gemessene radiale Feldstärke durch  $v_\varphi^L B_z$  bestimmt wird. Man erhält somit aus der gemessenen Feldstärke (Abb. 2) unmittelbar die Schwerpunktsgeschwindigkeit der Ladungsträger  $v_\varphi^L$ , diese Werte sind ebenfalls in Abb. 3 eingetragen worden. Man erkennt eine recht gute Übereinstimmung mit den Werten, die sich aus der Doppler-Verschiebung ergeben und die der Ionen-geschwindigkeit entsprechen. Dieses Ergebnis bedeutet aber gleichzeitig, daß Ionengeschwindigkeit und Schwerpunktsgeschwindigkeit der Ladungsträger identisch sind,  $v_\varphi^L = v_\varphi^i$ , d. h. man kann in der  $\varphi$ -Komponente von Gl. (3.5a)  $j_\varphi (m_e/e \varrho_L)$  gegen  $v_\varphi^L$  vernachlässigen.

Aus den Sondensignalen kann man die Rotationsgeschwindigkeit auch noch in Gebieten bestimmen, in denen keine „Doppler-verschobenen“ Linien mehr registriert werden.

#### 4.3. Theoretische Überlegungen zur Rotation

Wir stellen uns vor, daß die Rotation im wesentlichen durch Lorentz-Kräfte im Anodengebiet angetrieben wird und sich dann gegen die Strömung auf die anderen Bogengebiete überträgt (entweder durch Reibung oder durch hydromagnetische Kopplung).

Im folgenden soll versucht werden, mit Hilfe von Annahmen, die durch das Experiment nahegelegt

werden, die Rotationsgeschwindigkeit abzuschätzen. Man geht dazu von den Bewegungsgleichungen (3.1) und (3.2) aus, in denen aber noch die innere Reibung berücksichtigt werden soll ( $\eta$  = Koeffizient der inneren Reibung). Wir wollen außerdem vollständige Ionisation annehmen.

$$\varrho_i \frac{d_i v_i}{dt} + n_i n_e \varepsilon_{ie} (v_i - v_e) + \eta_i D(v_i) = -\text{grad } p_i + n_i e (\mathfrak{E} + [v_i, \mathfrak{B}]), \quad (4.2)$$

$$\varrho_e \frac{d_e v_e}{dt} + n_e n_i \varepsilon_{ei} (v_e - v_i) + \eta_e D(v_e) = -\text{grad } p_e - n_e e (\mathfrak{E} + [v_e, \mathfrak{B}]) \quad (4.3)$$

mit (siehe <sup>8</sup>)

$$\eta_{i,e} = \frac{5}{8} \sqrt{\pi m_{i,e}} \frac{(kT)^{5/2}}{(ze)^4 \ln \Lambda}. \quad (4.4)$$

Für geladene Teilchen muß außerdem unterschieden werden zwischen einer Zähigkeit parallel und senkrecht zum Feld.

$$\eta_{i\parallel} = \eta_i, \quad \eta_{i\perp} = \eta_i \frac{1}{1 + 4(\omega_i \tau_{ii})^2}, \quad (4.5)$$

$\omega_i$  = Gyrationfrequenz der Ionen,

$\tau_{ii}$  = Stoßzeit  $i \rightarrow i$ .

Außerdem bedeutet

$$D(v) \equiv \left\{ \frac{1}{3} \text{grad div } v + \Delta v \right\} = \left\{ \frac{4}{3} \text{grad div } v - \text{rot rot } v \right\}. \quad (4.6)$$

Addition von (4.2) und (4.3) ergibt:

$$\varrho_L \frac{d_L v_L}{dt} + \frac{m_i m_e}{e^2} (j, \text{grad}) \frac{1}{\varrho_L} + \eta_i \left\{ \frac{4}{3} \text{grad div } v_i - \text{rot rot } v_i \right\} + \eta_e \left\{ \frac{4}{3} \text{grad div } v_e - \text{rot rot } v_e \right\} = [j, \mathfrak{B}] - \text{grad } p_L. \quad (4.7)$$

Bildet man unter Vernachlässigung von  $\frac{m_i m_e}{e^2} (j, \text{grad}) \frac{1}{\varrho_L}$  die  $\varphi$ -Komponente von (4.7), so ergibt sich für den stationären Fall:

$$\varrho_L \left\{ v_r^L \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial r} + \frac{v_r^L v_\varphi^L}{r} + v_z^L \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial z} \right\} + \eta_{i\perp} \left\{ \frac{\partial^2 v_\varphi^i}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi^i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi^i}{\partial r} - \frac{v_\varphi^i}{r^2} \right\} + \eta_{e\perp} \left\{ \frac{\partial^2 v_\varphi^e}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi^e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi^e}{\partial r} - \frac{v_\varphi^e}{r^2} \right\} = -j_r B_z. \quad (4.8)$$

In Abschnitt 4.2. wurde bereits darauf hingewiesen, daß man hier  $v_\varphi^i \approx v_\varphi^L$  setzen darf, weiterhin ist wegen (4.4)  $\eta_i = \sqrt{m_i/m_e} \cdot \eta_e$  und damit  $\eta_i > \eta_e$ , so daß sich (4.8) reduziert zu:

$$\varrho_L v_r^L \left\{ \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial r} + \frac{v_r^L v_\varphi^L}{r} + v_z^L \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial z} \right\} + \eta_{i\perp} \left\{ \frac{\partial^2 v_\varphi^L}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi^L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial r} - \frac{v_\varphi^L}{r^2} \right\} = -j_r B_z. \quad (4.9)$$

<sup>8</sup> A. N. KAUFMANN, Phys. Fluids 3, 4 [1960].

Für die Verhältnisse in der Anode darf sicher angenommen werden, daß keine Radialkomponente von  $v_L$  vorliegt, außerdem soll die  $z$ -Abhängigkeit innerhalb der Anode vernachlässigt werden. Dann erhält man:

$$\frac{\partial^2 v_\varphi^L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial r} - \frac{v_\varphi^L}{r^2} = - \frac{j_r B_z}{\eta_{i\perp}}. \quad (4.10)$$

Diese Gleichung enthält also keine Trägheitskräfte mehr, sondern sie gibt nur noch das Gleichgewicht von antreibender Lorentz-Kraft und Reibung wieder.

Um die Gleichung zu lösen, muß bekannt sein, wie  $j_r$  und  $\eta_{i\perp}$  von  $r$  abhängen. Zur Bestimmung von  $j_r$  können zum Teil experimentelle Werte herangezogen werden. Der Gesamtstrom beträgt 1900 A, davon traten 800 A in die Anode ein, und zwar nur 350 A in radialer Richtung, der Rest ging in  $z$ -Richtung in die Anode (der Durchmesser des Bogens war größer als der der Anode). Der noch verbleibende Teil des Stromes wurde vom Anodenflansch aufgenommen (siehe Abb. 1 der vorangehenden Arbeit). Man kann dann für  $j_r$  schreiben:

$$2\pi r j_r \int_0^l dz = 0,24 E_z \int_0^r \sigma(r) 2\pi r dr = 2\pi j_r l r$$

$$l = \text{Anodenlänge} = 5 \text{ cm}. \quad (4.11)$$

Der Faktor 0,24 berücksichtigt, daß nur ein Teil des Stromes, der in die Düse eintritt, radial zur Anode fließt. Da die Temperaturverteilung innerhalb der Anode nicht bekannt ist, soll als erste Näherung die Temperatur als vom Radius unabhängig angesehen werden. Dann erhält man als Lösung von (4.11)

$$v_\varphi^L = C_1 r + C_2 \frac{1}{r} + \frac{1}{8} A r^3 \quad (4.12)$$

$$\text{mit} \quad A = -0,12 \frac{B_z \sigma(r) E_z}{\eta_{i\perp}(r) \cdot l}.$$

Für die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  muß man als Randbedingung fordern:

$$\begin{aligned} \text{für } r=R=\text{Düsenradius}=1 \text{ cm: } v_\varphi^L &= 0 \\ \text{und für } r=0: v_\varphi^L &= 0, \quad (4.13) \\ \text{d. h. } C_2 &= 0 \quad \text{und} \quad C_1 = -\frac{1}{8} A R^2, \end{aligned}$$

und somit wird

$$v_\varphi^L = \frac{1}{8} A \{r^3 - R^2 r\}. \quad (4.14)$$

Für die Berechnung von  $v_\varphi^L$  wird für  $E_z = 3,1 \text{ V/cm}$ , für  $B_z = 10 \text{ kG}$  angenommen. Die Temperatur, und damit  $\sigma(r)$  und  $\eta(T)$ , wird so bestimmt, daß bei der vorgegebenen Feldstärke gerade der in die Anodenöffnung eintretende Strom transportiert wird.

Mit diesen Annahmen bekommt man eine Geschwindigkeitsverteilung, die die gemessene Verteilung der Rotationsgeschwindigkeit recht gut wiedergibt (Abb. 4).

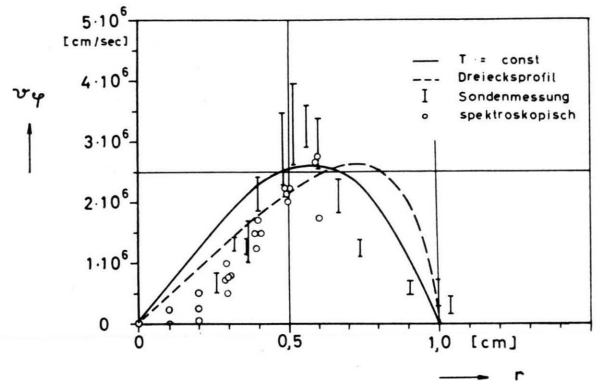


Abb. 4. Vergleich von gemessenen und gerechneten Geschwindigkeitsverteilungen.

Außerdem wurde die Differentialgleichung (4.10) unter Annahme eines Dreiecksprofils der Temperatur gelöst, die der wirklichen Temperaturverteilung mehr entspricht. Diese Werte sind ebenfalls in Abb. 4 eingetragen; sie ergeben eine ähnliche Verteilung. Man erhält also unter diesen doch sehr groben Annahmen Rotationsgeschwindigkeiten, die gut mit den gemessenen übereinstimmen.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik und EURATOM über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.